

Příprav se – Matematika

PŘÍKLADY K PROCVIČOVÁNÍ

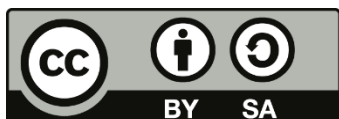
7. Posloupnosti: rekurentní vzorec

Projekt č. CZ.02.2.69/0.0/0.0/16_015/0002374 „Zkvalitnění vzdělávání - priorita VŠCHT Praha“ –
Klíčová aktivita č. 7 – Adaptace studijního prostředí



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

MŠMT
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



Dílo podléhá licenci Creative Commons 4.0 Česko
Uveďte původ - Zachovejte licenci

Zadání

1) Je dána posloupnost $2; -3; -7; \sqrt{3}; \pi; \frac{\pi}{2}; 0,568; 2018; \frac{1}{2}$. Urči hodnoty následujících

čísel a členů: $a_{n+1}; n; a_{n+2}; a_{n-2}; a_{n-3}$, pokud platí: $a_{n-1} = -7$.

2) Napiš první 4 členy rekurentně zadaných posloupností.

a) $a_1 = 3; \quad a_{n+1} = a_n + 2, \quad n \in \mathbb{N}$

b) $a_1 = -0,25; \quad a_{n+1} = -2a_n, \quad n \in \mathbb{N}$

c) $a_1 = 1; \quad a_{n+1} = a_n + n, \quad n \in \mathbb{N}$

d) $a_1 = 1; \quad a_{n+1} = (a_n)^2 - 2a_n, \quad n \in \mathbb{N}$

3) Napiš prvních 6 členů rekurentně zadaných posloupností

a) $a_1 = 1; \quad a_2 = 3; \quad a_{n+2} = a_{n+1} + a_n, \quad n \in \mathbb{N}$

b) $a_1 = 2; \quad a_2 = -1; \quad a_{n+2} = a_{n+1} - 2a_n, \quad n \in \mathbb{N}$

c) $a_1 = 1; \quad a_2 = -1; \quad a_{n+2} = a_{n+1} + a_{n+1} \cdot a_n, \quad n \in \mathbb{N}$

4) Následující posloupnosti zadané vzorcem pro n-tý člen vyjádři rekurentně:

a)

$$(3n - 1)_{n=1}^{\infty}$$

b)

$$\left(\frac{1}{n(n+1)}\right)_{n=1}^{\infty}$$

c)

$$\left(\frac{n+1}{n}\right)_{n=1}^{\infty}$$

5) Pro následující rekurentně dané posloupnosti najdi vzorec pro n-tý člen.

a) $a_1 = 1; \quad a_{n+1} = 2a_n, \quad n \in \mathbb{N}$

b) $a_1 = 1; \quad a_{n+1} = a_n + 2, \quad n \in \mathbb{N}$

Řešení

1) $a_{n+1} = \pi; \quad n = 4; \quad a_{n+2} = \frac{\pi}{2}; \quad a_{n-2} = -3; \quad a_{n-3} = 2$

2)

a) 3; 5; 7; 9

b) $-\frac{1}{4}; \frac{1}{2}; -1; 2$

c) 1; 2; 4; 7

d) 1; -1; 3; 3

3)

a) 1; 3; 4; 7; 11; 18

b) 2; -1; -5; -3; 7; 13

c) 1; -1; -2; 0; 0; 0

4)

a) $a_1 = 2; \quad a_{n+1} = a_n + 3, \quad n \in \mathbb{N}$

b) $a_1 = \frac{1}{2}; \quad a_{n+1} = a_n \cdot \frac{n}{n+2}, \quad n \in \mathbb{N}$

c) $a_1 = 2; \quad a_{n+1} = \frac{1}{n+1}(n \cdot a_n + 1), \quad n \in \mathbb{N}$

5)

a) $(2^{n-1})_{n=1}^{\infty}$

b) $(2n - 1)_{n=1}^{\infty}$